

# MODUL

## PETUNJUK PRAKTIKUM KALKULUS II

OLEH:

Dra. Dra. N. K. Antou, Msi

& Tim



---

# PENDAHULUAN

---

**Kalkulus** (Bahasa Latin: *calculus*, artinya "batu kecil", untuk menghitung) adalah cabang ilmu matematika yang mencakup limit, turunan, integral, dan deret takterhingga. Kalkulus adalah ilmu mengenai perubahan, sebagaimana geometri adalah ilmu mengenai bentuk dan aljabar adalah ilmu mengenai pengerjaan untuk memecahkan persamaan serta aplikasinya. Kalkulus memiliki aplikasi yang luas dalam bidang-bidang sains, ekonomi, dan teknik; serta dapat memecahkan berbagai masalah yang tidak dapat dipecahkan dengan aljabar elementer.

Kalkulus memiliki dua cabang utama, **kalkulus diferensial** dan **kalkulus integral** yang saling berhubungan melalui teorema dasar kalkulus. Pelajaran kalkulus adalah pintu gerbang menuju pelajaran matematika lainnya yang lebih tinggi, yang khusus mempelajari fungsi dan limit, yang secara umum dinamakan analisis matematika.

Untuk membantu beberapa penyelesaian dalam kalkulus ada beberapa jenis software yang dapat digunakan.

Ada banyak software yang beredar. Ada yang sangat terkenal (tapi juga sangat mahal) seperti Scientific WorkPlace, Mathematica, dan Maple, ada juga yang gratis bahkan open-source. Salah satu software yang gratis dan open-source adalah Maxima. Namun, si Maxima ini hanyalah mesinnya. Artinya, tanpa GUI dan hanya berjalan di mode teks (*command line*). Salah satu GUI Maxima yang sangat bagus adalah wxMaxima.

Melihat kegunaan maxima dalam memecahkan berbagai persoalan terkait dengan kalkulus tentunya software ini dapat digunakan sebagai salah satu perangkat dalam membantu proses pembelajaran, khususnya pembelajaran di universitas.

---

# PETUNJUK PRAKTIKUM

---

1. Installah terlebih dahulu program/software yang akan digunakan pada praktikum dalam hal ini wxMaxima
2. Bacalah informasi-informasi yang ada berkaitan dengan program/software guna kelancaran praktikum
3. Ikutilah petunjuk-petunjuk yang ada berkaitan dengan penggunaan program/software tersebut
4. Laksanakan semua tugas-tugas yang terdapat di dalam modul ini agar kompetensi Anda berkembang dengan baik.
5. Setiap mempelajari satu sub kompetensi, Anda harus mulai dari menguasai pengertian-pengertian dalam uraian materi, melaksanakan tugas-tugas dan mengerjakan lembar latihan.

---

---

# ISI PRAKTIKUM

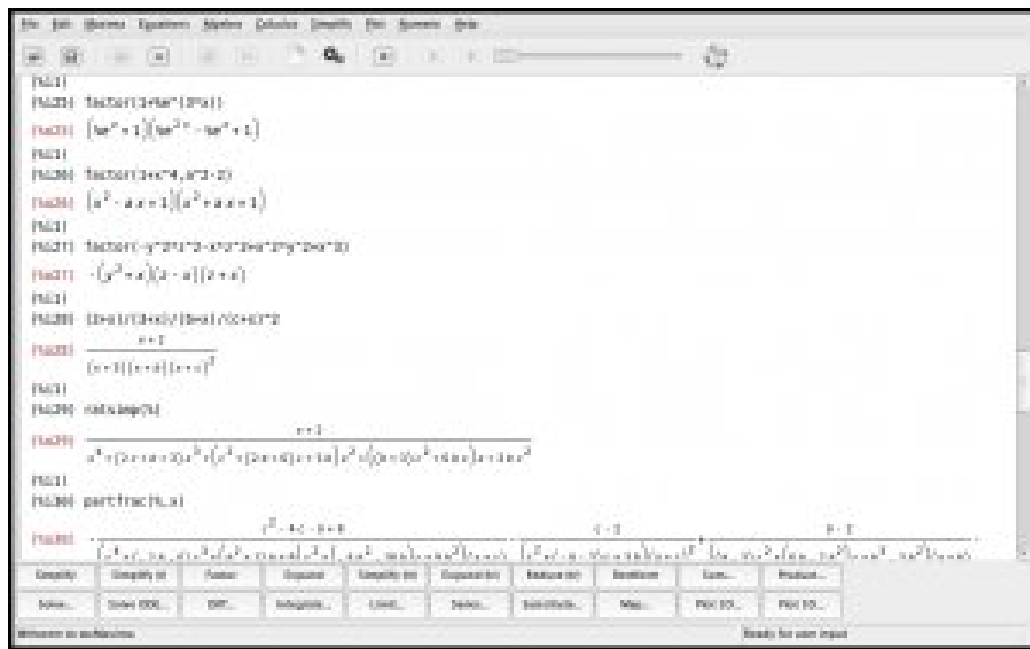
---

---

## A. PENGENALAN SOFTWARE

### 1. Sekilas Mengenai wxMaxima

Salah satu GUI Maxima yang sangat bagus adalah [wxMaxima](#). Dengan wxMaxima, Anda tidak perlu terlalu banyak mengetik perintah-perintah untuk membuat suatu perhitungan, cukup dengan klik beberapa tombol. Namun, tidak semua fungsi yang disediakan oleh Maxima dapat dilakukan hanya dengan klik di wxMaxima ini. Kebanyakan fungsi “tersembunyi” dan masih perlu mengetik perintah secara manual. Mirip seperti programming sederhana.



Tampilan wxMaxima

wxMaxima dapat melakukan operasi-operasi antara lain:

- Integral dan diferensial
- Matriks: invers, determinan, perkalian, dsb
- Penyederhanaan fungsi
- Mencari akar suatu fungsi
- Faktorisasi fungsi

- Ekspansi fungsi
- Limit
- Pembuatan grafik (2D dan 3D)

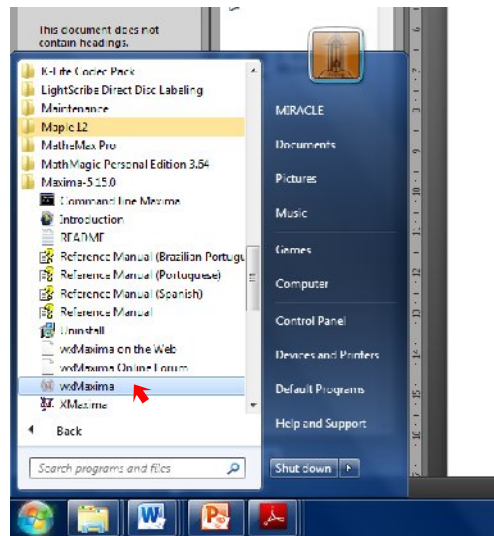
Daftar di atas hanyalah sebagian kecil saja yang dapat dilakukan oleh Maxima. Fungsi-fungsi lain, yang ada dalam matematika “tingkat tinggi” juga dapat dilakukan olehnya. Begitu pula perhitungan bilangan-bilangan sangat besar dengan cepat. Output perhitungan dapat disimpan sebagai gambar maupun sebagai kode [LaTeX](#) untuk pemformatan lebih lanjut.

Dengan software seperti ini, kita tidak perlu lagi repot-repot melakukan perhitungan secara manual selama berjam-jam. Cukup dengan input perintahnya, dan kemudian software akan segera menyajikan hasilnya untuk Anda. Cocok bagi para pelajar untuk mengecek kebenaran hasil perhitungan mereka, atau bagi mereka yang menginginkan solusi mudah tanpa harus corat-coret di atas kertas (yang juga belum tentu ketemu hasilnya).

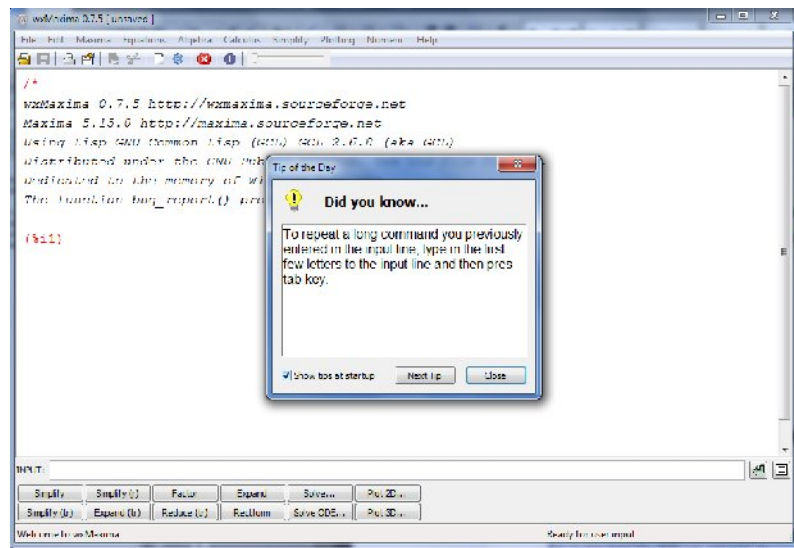
## **2. Penggunaan wxMaxima**

- Installah terlebih dahulu wxMaxima pada computer atau laptop anda

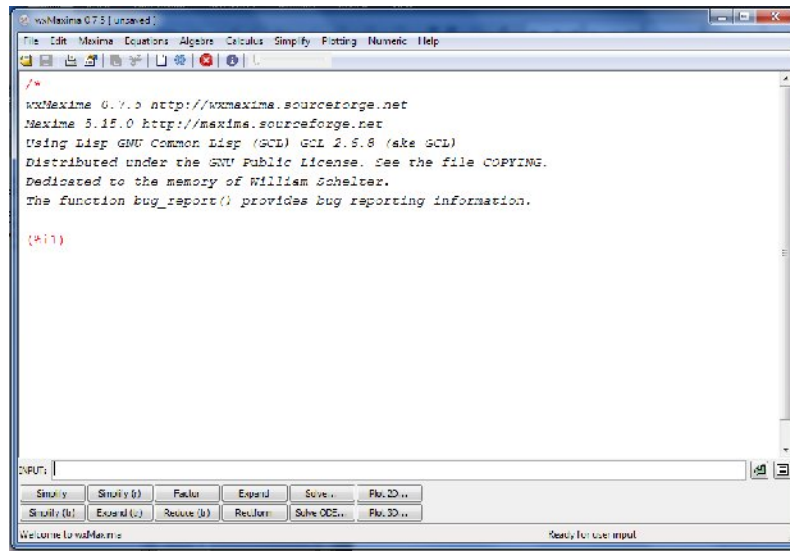
- Bukalah wxMaxima untuk memulai praktikum



- wxMaxima akan menampilkan informasi berkaitan dengan penggunaan program tersebut.



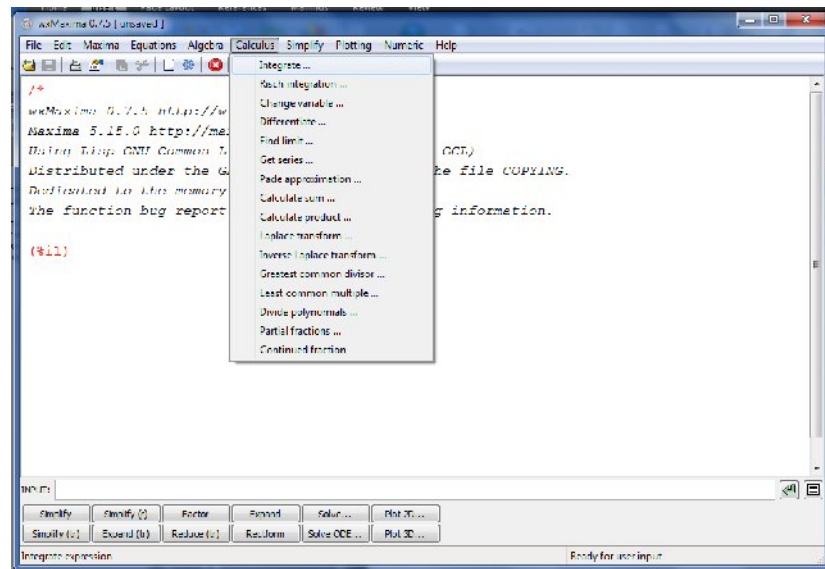
- wxMaxima siap dijalankan



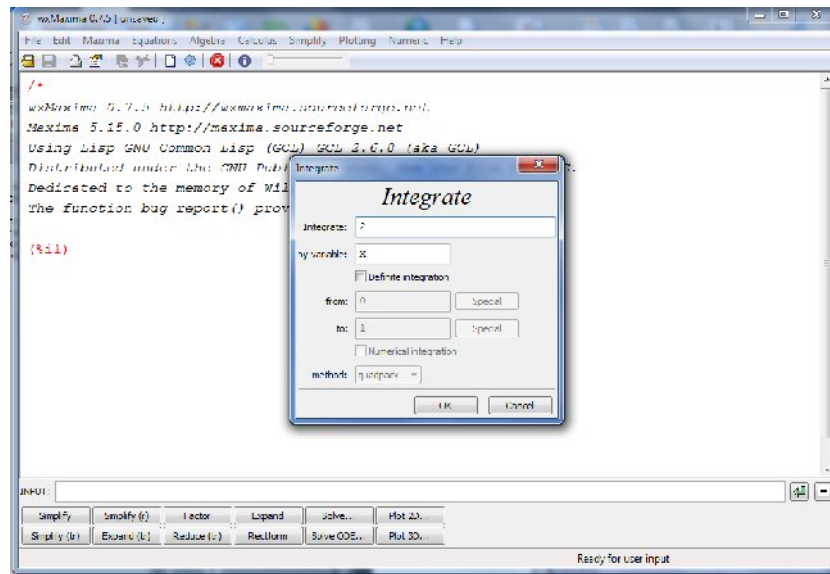
a. *Melakukan operasi pada fungsi*

i. *Secara Otomatis*

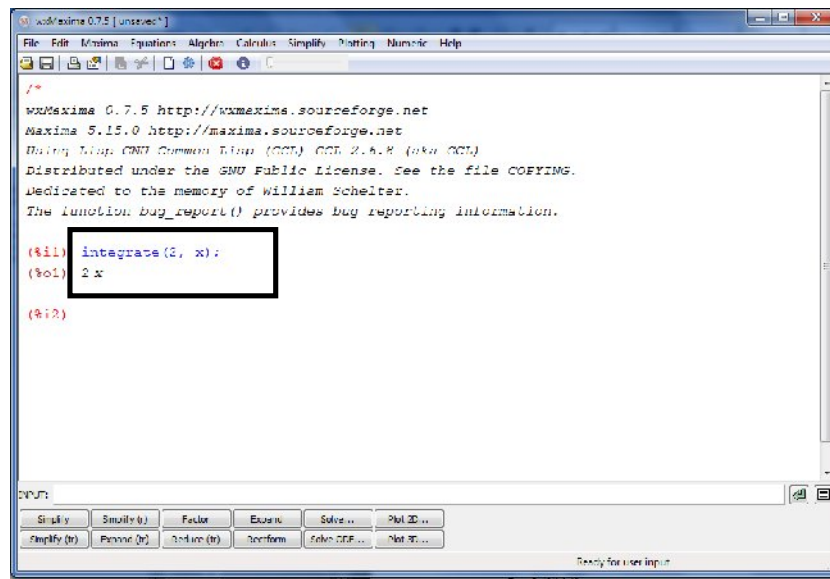
- ☺ Pilihlah jenis operasi yang akan dilakukan [ karena praktikum ini berkaitan dengan kalkulus khususnya integral maka pilihlah *calculus* → *integrate*]



- ☺ Masukkan fungsi yang ingin dioperasikan pada kotak dialog yang ada



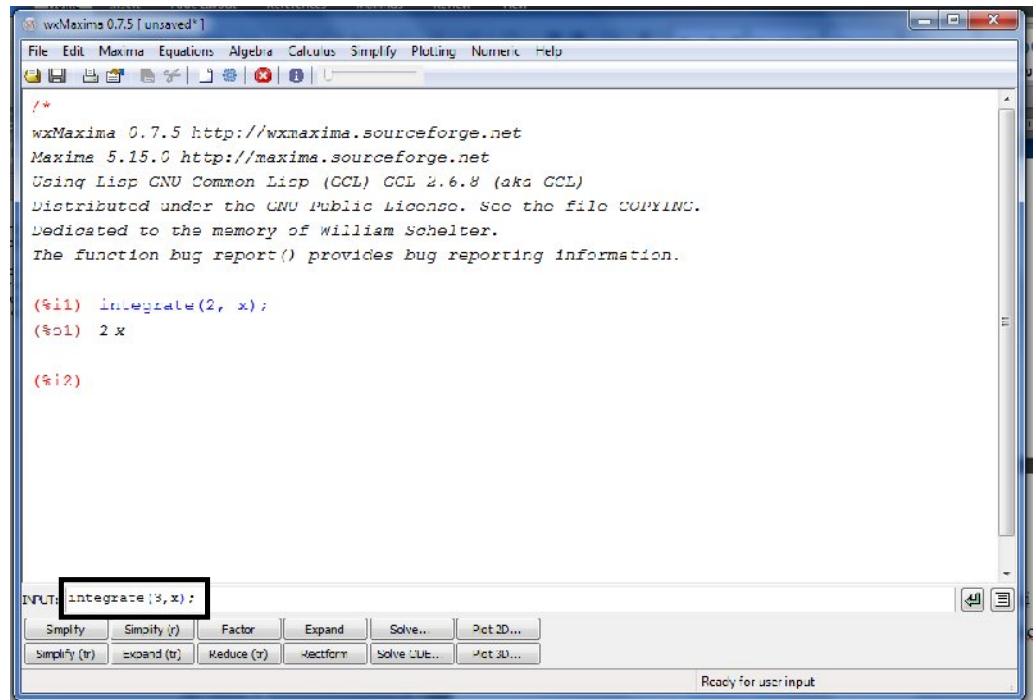
- ☺ Klik OK atau tekan ENTER
- ☺ wxMaxima akan menampilkan hasil dari operasi yang dilakukan



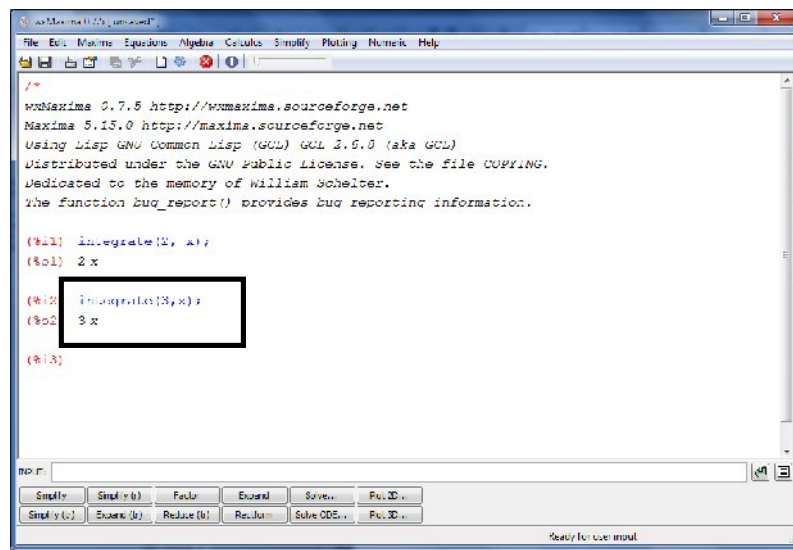
**ii. Secara Manual**

- ☺ Selain langkah di atas bisa juga untuk mengetahui hasil operasi suatu fungsi dapat langsung memasukkan fungsi ke kotak input disertai dengan mengetik beberapa perintah untuk menjalankan operasi





☺ Tekan ENTER untuk mengetahui hasil operasi fungsi



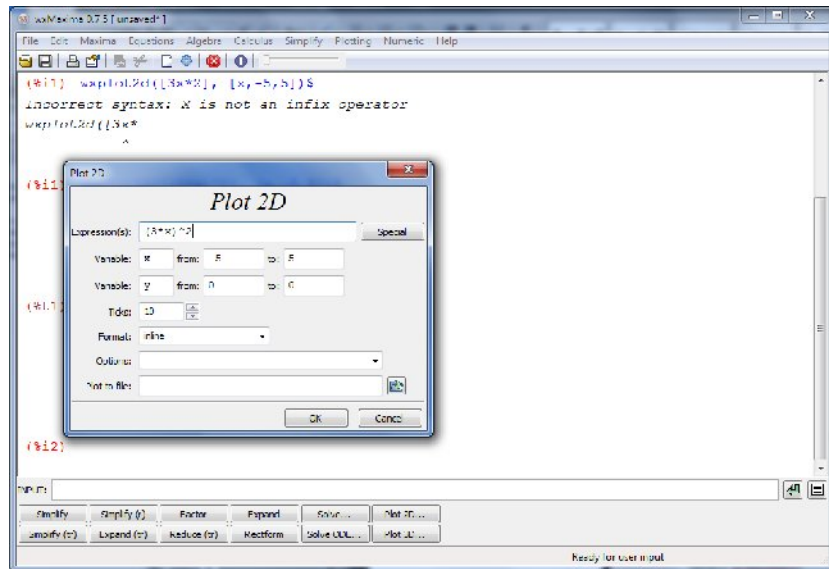
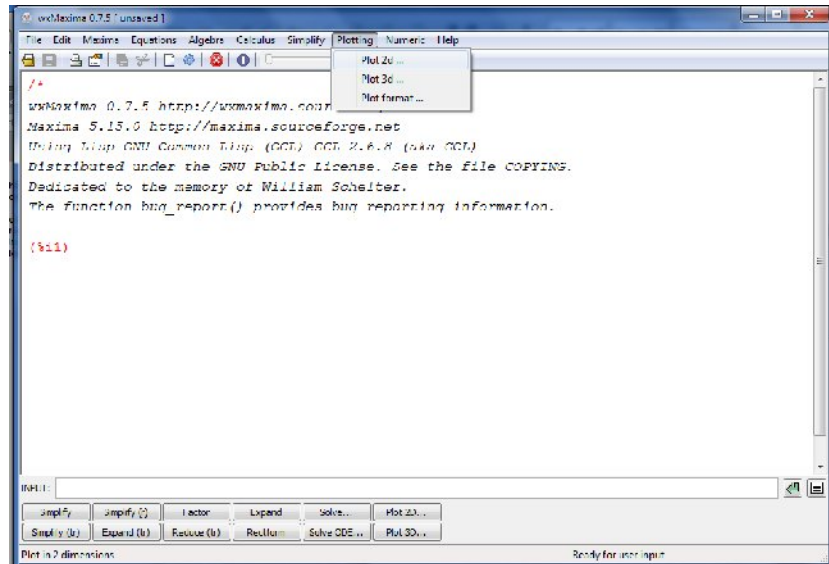
☺ wxMaxima akan menampilkan hasil operasi dari fungsi

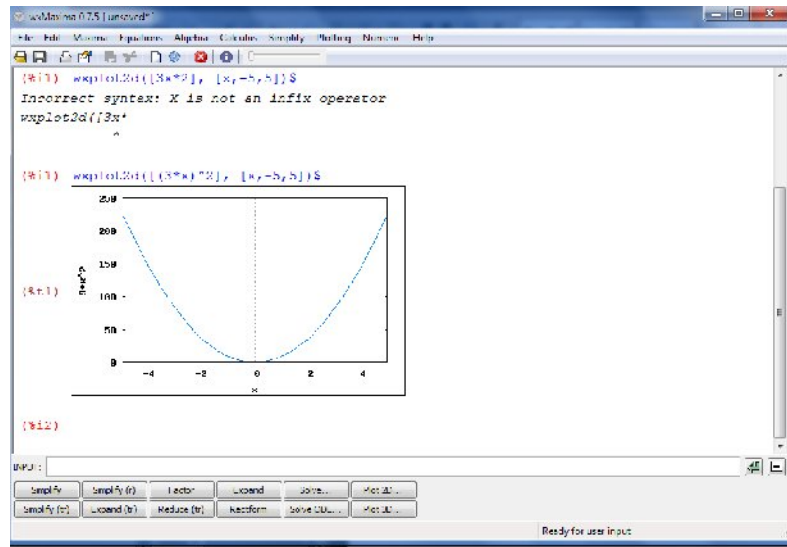
### b. Membuat grafik fungsi

Ada beberapa cara untuk membuat grafik fungsi diantaranya adalah sebagai berikut:

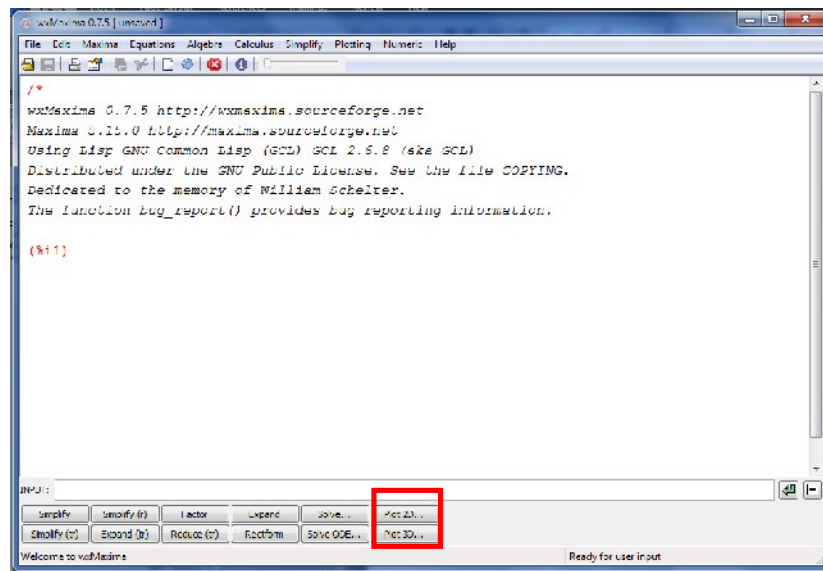
- i. Pilihlah plotting yang ada pada menu bar → Pilihlah jenis grafik → Masukkan fungsi yang ingin diketahui grafiknya pada kotak dialog yang

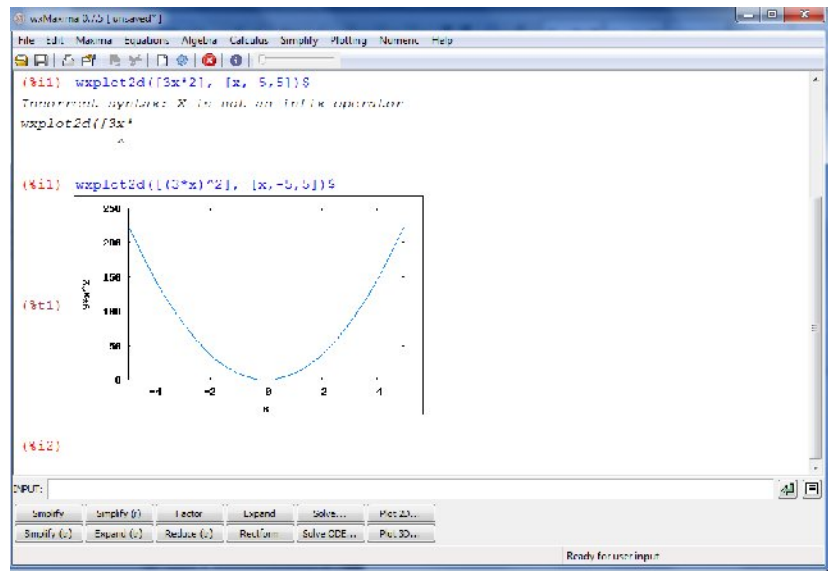
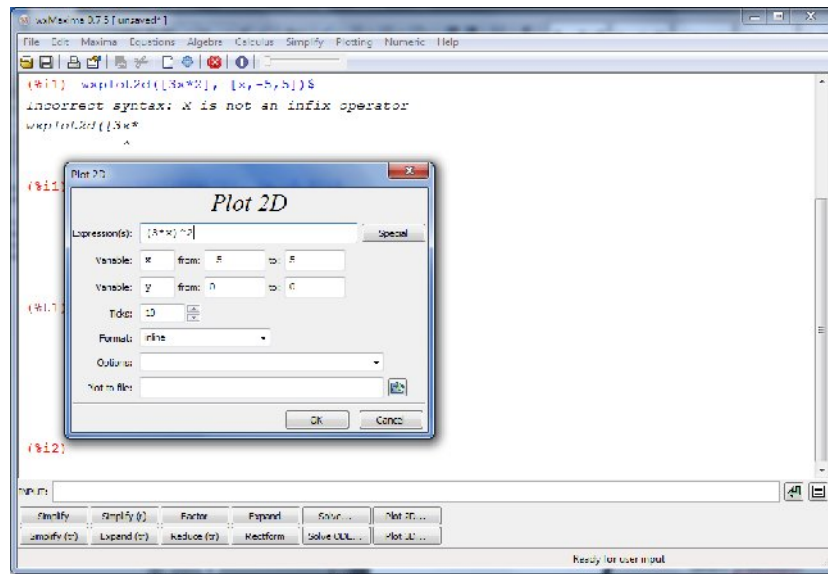
muncul → klik OK atau tekan ENTER → wxMaxima akan menampilkan grafik fungsi;



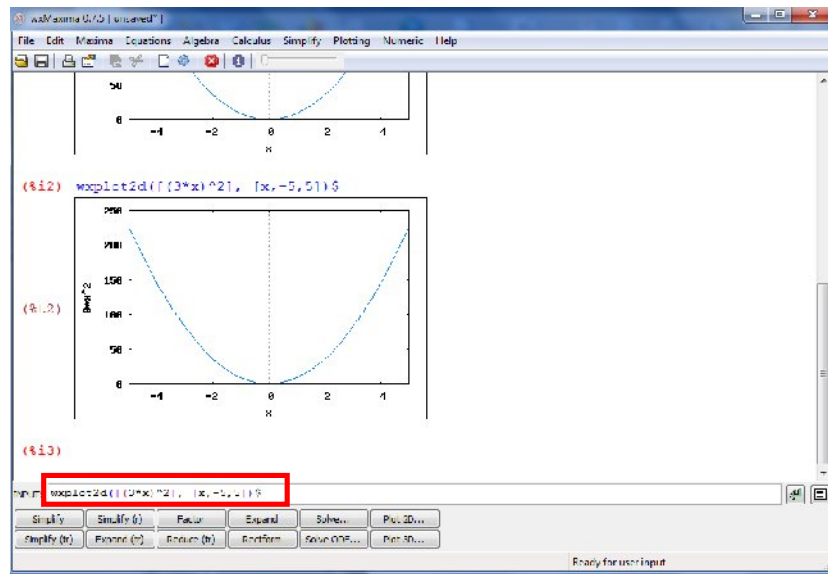


- ii. Klik plot 2D atau plot 3D pada pilihan yang telah tersedia → Masukkan fungsi yang ingin diketahui grafiknya pada kotak dialog yang muncul → klik OK atau tekan ENTER → wxMaxima akan menampilkan grafik fungsi;





- iii. Memasukkan perintah untuk membuat grafik pada kotak dialog INPUT → tekan ENTER untuk mendapatkan grafik fungsinya



Untuk mendapatkanketerangan yang lebihbanyakmengenaipenggunaanwxMaximaklik help pada menu bar → maxima Help

## B. PRAKTIKUM



# **PRAKTIKUM I**

## **I. STANDAR KOMPETENSI**

Mahasiswa memahami prinsip-prinsip pengintegralan fungsi untuk dapat diaplikasikan pada matakuliah lain atau dalam kehidupan sehari-hari

## **II. KOMPETENSI DASAR**

Mahasiswa dapat menentukan integral tak tentu dari suatu fungsi

## **III. TOPIK**

Integral

## **IV. SUBTOPIK**

Integral Tak Tentu

## **V. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Mahasiswa dapat mengetahui prinsip dasar menentukan hasil pengintegralan suatu fungsi

---

## Uraian Materi

---

**Integral** adalah kebalikan dari proses [diferensiasi](#). Integral ditemukan menyusul ditemukannya masalah dalam diferensiasi di mana matematikawan harus berpikir bagaimana menyelesaikan masalah yang berkebalikan dengan solusi diferensiasi.

$F(x)$  disebut anti turunan dari  $f(x)$  pada selang  $I$  bila  $F'(x) = f(x)$  untuk  $x \in I$  ( bila  $x$  merupakan titik ujung dari  $I$  maka  $F'(x)$  cukup merupakan turunan sepihak ).

Proses mencari anti turunan inilah yang disebut integrasi ( integral ). Notasi yang digunakan untuk menyatakan operasi pengintegralan adalah “ $\int \dots dx$ ” (dibaca: Integral dari ...terhadap  $x$ ).

Pengintegralan fungsi terhadap yang dituliskan sebagai disebut integral tak tentu dan secara umum dituliskan sebagai

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$



---

## Lembar Kerja Mahasiswa

---

1. Dengan menggunakan program wxMaxima dan dengan memperhatikan petunjuk-petunjuk yang ada tentukan hasil pengintegralan dari fungsi berikut:

a.  $\int \dots =$

b.

c.  $\int \dots -$

d.

e.  $\int \dots =$

f.

g.  $\int \dots -$

h.

i.

j.

k.  $\int \dots -$

l.  $\int \dots -$

m.  $\int \dots -$

n.  $\int \dots -$

o.  $\int \dots - -$

Perhatikan penyelesaian soal di atas!!!  
Jika  $k$ ,  $n$ , dan  $C$  adalah suatu konstanta real maka berlaku :



$\int \dots =$

$\int \dots =$    
 $r^{-1}$

$\int \dots =$

Bagaimana yah jika

$$r = -1 \rightarrow f$$



2. Dengan menggunakan program wxMaxima tentukan hasil pengintegralan dari fungsi berikut:

a.  $\int \sin \quad =$

b.  $\int \sin 3 \quad =$

c.  $\int \sin -6 \quad =$

d.  $\int \sin - \quad =$

e.  $\int \sin - \quad =$

f.  $\int \cos \quad =$

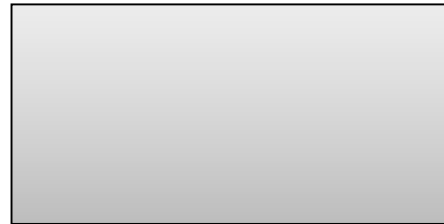
g.  $\int \cos 10 \quad =$

h.  $\int \cos (-4 ) \quad =$

i.  $\int \cos - \quad =$

j.  $\int \cos - \quad =$

Apa yang dapat kalian simpulkan melihat hasil integral fungsi trigonometri tersebut???



---

---

## Latihan Soal

---

---

Tanpa menggunakan program wxMaxima selesaikan pengintegralan dari beberapa fungsi berikut ini:

1.  $\int 7 =$

2.  $\int 9 =$

3.  $\int - =$

4.  $\int =$

5.  $\int - =$

6.  $\int -2 =$

7.  $\int -- =$

8.  $\int ^- =$

9.  $\int ^- =$

10.  $\int 12 =$

11.  $\int \sin 15 =$

12.  $\int \sin - =$

13.  $\int \cos 24 =$

14.  $\int -\cos 10 =$

15.  $\int \cos - =$

# **PRAKTIKUM II**

## **I. STANDAR KOMPETENSI**

Mahasiswa memahami prinsip-prinsip pengintegralan fungsi untuk dapat diaplikasikan pada matakuliah lain atau dalam kehidupan sehari-hari

## **II. KOMPETENSI DASAR**

Mahasiswa dapat menentukan integral tak tentu dari suatu fungsi

## **III. TOPIK**

Integral

## **IV. SUBTOPIK**

Integral Tak Tentu

## **V. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Mahasiswa dapat mengetahui prinsip dasar menentukan hasil pengintegralan suatu fungsi

1. Dengan menggunakan program wxMaxima dan dengan memperhatikan petunjuk-petunjuk yang ada tentukan hasil pengintegralan dari fungsi berikut:

- a.  $\int (5 + 2) =$
- b.  $\int (4 + 6) =$
- c.  $\int - - 8 =$
- d.  $\int (-9 - 23) =$
- e.  $\int (- + ) =$
- f.  $\int (\sin 3 + \sin 5) =$
- g.  $\int (\sin 6 - \sin ) =$
- h.  $\int (\cos + \cos 7) =$
- i.  $\int (\cos + \sin 4) =$
- j.  $\int (\cos 6 + 10 ) =$

2. Dengan menggunakan program wxMaxima dan dengan memperhatikan petunjuk-petunjuk yang ada tentukan hasil pengintegralan dari fungsi berikut:

- a.  $\int 5 \neq 2 =$
- b.  $\int 4 \neq 6 =$
- c.  $\int - \neq 8 =$
- d.  $\int -9 \neq 23 =$
- e.  $\int - \neq =$
- f.  $\int \sin 3 \neq \sin 5 =$
- g.  $\int \sin 6 \neq \sin =$
- h.  $\int \cos \neq \cos 7 =$
- i.  $\int \cos \neq \sin 4 =$
- j.  $\int \cos 6 \neq 10 =$

*Bandingkansoal 1a dan 2a, 1b dan 2b  
danseterusnya. Apa yang  
dapatkamusimpul*

---

---

## Latihan Soal

---

---

Tanpa menggunakan program wxMaxima selesaikan pengintegralan dari beberapa fungsi berikut ini:

1.  $\int (27 - 5x) dx =$

2.  $\int (11x^2 - 8) dx =$

3.  $\int (-15x^3 - 2) dx =$

4.  $\int (x^2 - 3x + 4) dx =$

5.  $\int (\sin 4x - \sin(-8x)) dx =$

6.  $\int (\cos 10x + \cos(-5x)) dx =$

7.  $\int (\sin 2x + \cos 3x) dx =$

8.  $\int (\cos 3x + \sin 4x) dx =$

9.  $\int (\cos 2x + \sin 6x + 4) dx =$

10.  $\int (5 + 7x^2 + 3x) dx =$

# **PRAKTIKUM III**

## **I. STANDAR KOMPETENSI**

Mahasiswa memahami prinsip-prinsip pengintegralan fungsi untuk dapat diaplikasikan pada matakuliah lain atau dalam kehidupan sehari-hari

## **II. KOMPETENSI DASAR**

Mahasiswa dapat menentukan integral tak tentu dari suatu fungsi

## **III. TOPIK**

Integral

## **IV. SUBTOPIK**

Integral Tentu

## **V. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Mahasiswa dapat menentukan hasil pengintegralan tentusatu fungsidinganteoremadasarkalkulus yang ada

---

---

Uraian Materi

---

---



Menghitung integral tentu dengan menggunakan jumlah Riemann biasanya membosankan dan sulit, bahkan kadang-kadang tidak dapat dilakukan. Untung saja terdapat suatu cara yang lebih mudah, yaitu dengan menggunakan *teorema dasar kalkulus*.

### **Teorema Dasar Kalkulus**

Andaikan fungsi  $f$  kontinu pada interval  $[a,b]$  dan andaikan  $F$  sembarang anti turunan dari  $f$

pada selang terbuka, maka  $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$

Pada bentuk  $\int_a^b f(x)dx$ ,  $a$  disebut batas bawah pengintegralan dan  $b$  disebut batas atas pengintegralan.

Untuk menyederhanakan penulisan, bentuk  $F(b) - F(a)$  dapat ditulis dengan menggunakan  $[F(x)]_a^b$  sehingga teorema dasar kalkulus dapat ditulis sebagai berikut :

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$$

---

## Lembar Kerja Mahasiswa

---

Dengan menggunakan program wxMaxima dan dengan memperhatikan petunjuk-petunjuk yang ada tentukan hasil pengintegralan dari fungsi berikut:

- a.  $\int \quad =$
- b.  $\int (4 + 6) \quad =$
- c.  $\int - - 8 \quad =$
- d.  $\int (-9 - 23) \quad =$
- e.  $\int ( + ) \quad =$
- f.  $\int \sin \quad =$
- g.  $\int (\sin - \sin(8)) \quad =$
- h.  $\int (\cos 10 + \cos(-5)) \quad =$
- i.  $\int \sin 2 + \cos \quad =$
- j.  $\int (\cos 3 + ) \quad =$

---

## Latihan Soal

---

Tanpa menggunakan program wxMaxima selesaikan pengintegralan dari beberapa fungsi berikut ini:

- a.  $\int (-15 - ) \quad =$
- b.  $\int - + \quad =$
- c.  $\int (\cos 10 + \cos(-5)) \quad =$
- d.  $\int (\sin 2 + \cos ) \quad =$
- e.  $\int (\cos 3 + ) \quad =$
- f.  $\int (5 + 7 + ) \quad =$

# **PRAKTIKUM IV**

## **I. STANDAR KOMPETENSI**

Mahasiswa memahami prinsip-prinsip pengintegralan fungsi untuk dapat diaplikasikan pada matakuliah lain atau dalam kehidupan sehari-hari

## **II. KOMPETENSI DASAR**

Mahasiswa dapat menentukan integral tak tentu dari suatu fungsi

## **III. TOPIK**

Integral

## **IV. SUBTOPIK**

Integral Tentu

## **V. TUJUAN PEMBELAJARAN**

Mahasiswa dapat menentukan hasil pengintegralan tentusatu fungsiberdasarkansifat-sifat integral tentu

### Sifat-Sifat Integral tentu

Misalkan  $f(x)$  dan  $g(x)$  adalah fungsi-fungsi yang terintegral pada  $[a, b]$  dan suatu konstanta maka berlaku sifat-sifat berikut :

$$1. \int_a^a f(x) dx = 0$$

$$2. \int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx$$

$$3. \int_a^b kf(x) dx = k \int_a^b f(x) dx$$

$$4. \int_a^b (f(x) \pm g(x)) dx = \int_a^b f(x) dx \pm \int_a^b g(x) dx$$

$$5. \int_a^b f(x) dx = \int_a^t f(x) dx + \int_t^b f(x) dx, \text{ dengan } a < t < b$$

$$6. \int_a^b f(x) dx \geq 0, \text{ jika } f(x) \geq 0 \text{ pada interval } [a, b]$$

$$7. \int_a^b f(x) dx \leq 0, \text{ jika } f(x) \leq 0 \text{ pada interval } [a, b]$$

---

---

## Lembar Kerja Mahasiswa

---

---

Dengan menggunakan program wxMaxima dan dengan memperhatikan sifat-sifat integral tentukan hasil integralan fungsi berikut ini:

k.  $\int 7 \, dx =$

l.  $-\int 7 \, dx =$

m.  $\int (6x + 8) \, dx =$

n.  $\int -x - 8 \, dx =$

o.  $\int -(9x + 29) \, dx =$

p.  $\int \sin x \, dx =$

q.  $\int (\sin x - \sin(8x)) \, dx =$

r.  $\int (\cos x + \cos 2x) \, dx =$

s.  $-\int \sin 2x + \cos x \, dx =$

t.  $\int 9(\cos 3x + \sin x) \, dx =$

---

---

## Latihan Soal

---

---

Tanpa menggunakan program wxMaxima selesaikan pengintegralan dari beberapa fungsi berikut ini:

g.  $\int (-15x - 7) \, dx =$

h.  $\int -x^2 + 4x - 5 \, dx =$

i.  $\int (\cos 10x + \cos(5x)) \, dx =$

j.  $\int (\sin 2x + \cos x) \, dx =$

k.  $\int (\cos 3x + \sin x) \, dx =$

l.  $\int (5x^2 + 7x + 3) \, dx =$



---

---

# EVALUASI

---

---

1. Tentukan hasil pengintegralan tentukan dari fungsi berikut

a.  $\int -x^2 \, dx =$

b.  $\int x^{-3} \, dx =$

c.  $\int x^{-5} \, dx =$

d.  $\int 12 \, dx =$

e.  $\int \sin 15x \, dx =$

f.  $\int \sin x - \cos x \, dx =$

g.  $\int \cos 24x \, dx =$

h.  $\int (-9x^2 - 23) \, dx =$

i.  $\int (\cos 6x + 10) \, dx =$

2. Tentukan hasil pengintegralan tentukan dari fungsi berikut

a.  $\int (x^2 + 3) \, dx =$

b.  $\int (-15x^3 - 7) \, dx =$

c.  $\int x^{-2} + 4 \, dx =$

d.  $\int \sin x \, dx =$

e.  $\int (\sin 8x - \sin 10x) \, dx =$

f.  $\int (\cos 10x + \cos 5x) \, dx =$

---

---

## DAFTAR PUSTAKA

---

---

<http://id.wikipedia.org/wiki/Kategori:Integral>