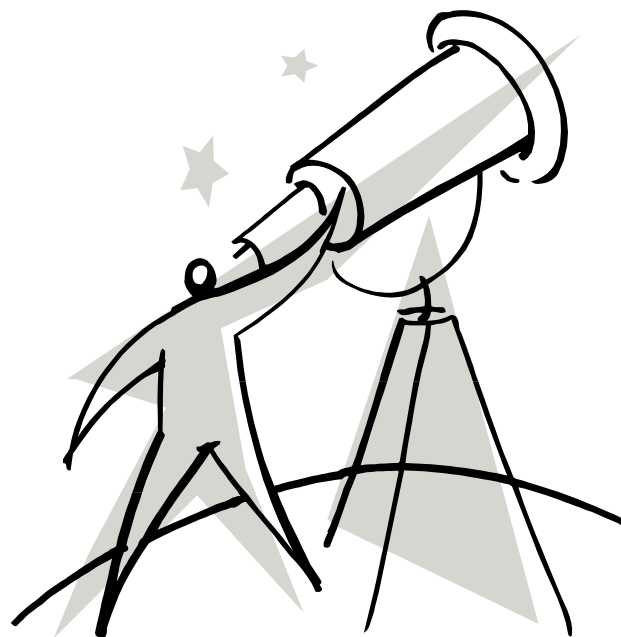


PERENCANAAN PEMBELAJARAN
MATEMATIKA

MODUL LOGIKA MATEMATIKA

AUTHOR:
Navel Mangelep



**UNIVERSITAS NEGERI MANADO
FAKULTAS MATEMATIKA & ILMU
PENGETAHUAN ALAM
JURUSAN MATEMATIKA**

KATA PENGANTAR

Salah satu penunjang dalam proses pembelajaran adalah modul. Modul yang baik adalah modul yang menarik dipelajari, mudah dipahami, dan tidak membosankan serta memberikan makna. Salah satu pelajaran yang selama ini dikategorikan sukar (membosankan) adalah matematika.

Dalam paradigma modern, matematika tidak hanya sekedar berhitung, akan tetapi lebih menitikberatkan pada proses penalaran, artinya dengan belajar matematika peserta didik dapat berpikir kreatif serta sistematis bukan untuk berhitung cepat di dalam kepala.

Oleh karena itu kami susun modul ini dengan pendekatan induktif-deduktif. Penulisan dalam modul ini dimulai dengan beberapa contoh atau fakta yang teramati, memperkirakan hasil baru yang terjadi dan dibuktikan secara deduktif. Dengan demikian peserta didik tidak merasakan rutinitas menghafal rumus dan berhitung rumit.

Modul ini terdiri atas 2 kegiatan belajar. Pada setiap kegiatan belajar diberikan tujuan, uraian, rangkuman, tugas, tes formatif, kunci jawaban, LKS (lembar kerja Siswa) dan tingkat penguasaan.

Akhirnya kami membantu mengucapkan terima kasih kepada semua anggota kelompok yang telah banyak membantu, sehingga pembuatan modul ini dapat terselesaikan. Saran dan kritik dari pemakai selalu kami tunggu untuk perbaikan kualitas modul ini.

Tondano, Januari 2009

penulis

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR

DAFTAR ISI

PETA KEDUDUKAN MODUL

GLOSARIUM

BAB I PENDAHULUAN

- A. Deskripsi
- B. Prasyarat
- C. Petunjuk penggunaan modul
- D. Tujuan akhir
- E. Kompetensi
- F. Cek kemampuan

BAB II PEMBELAJARAN

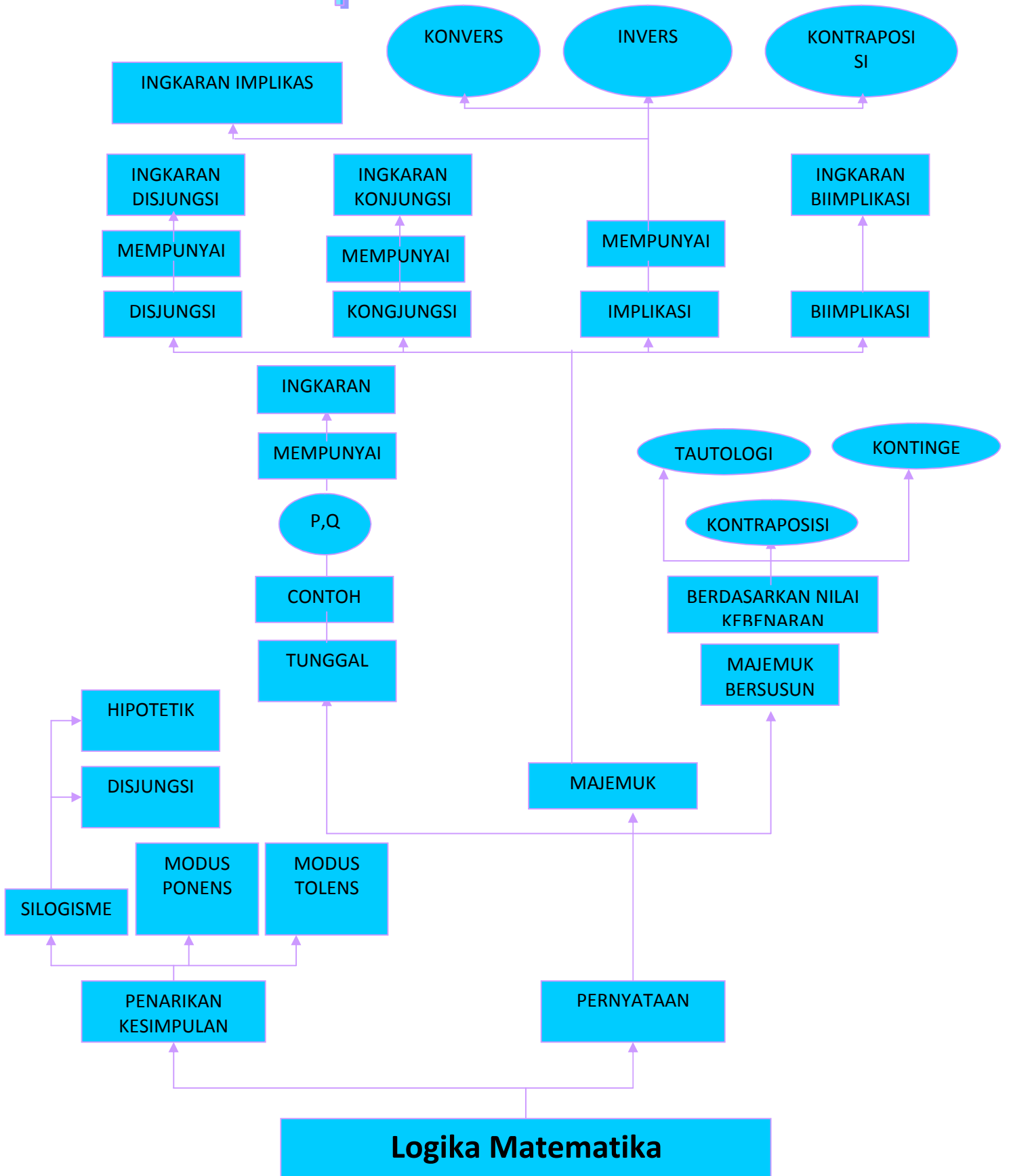
- A. Rencana belajar peserta didik
- B. Kegiatan belajar
 - 1. Kegiatan belajar 1
 - 2. Kegiatan belajar 2
 - 3. Kegiatan belajar 3

BAB III EVALUASI

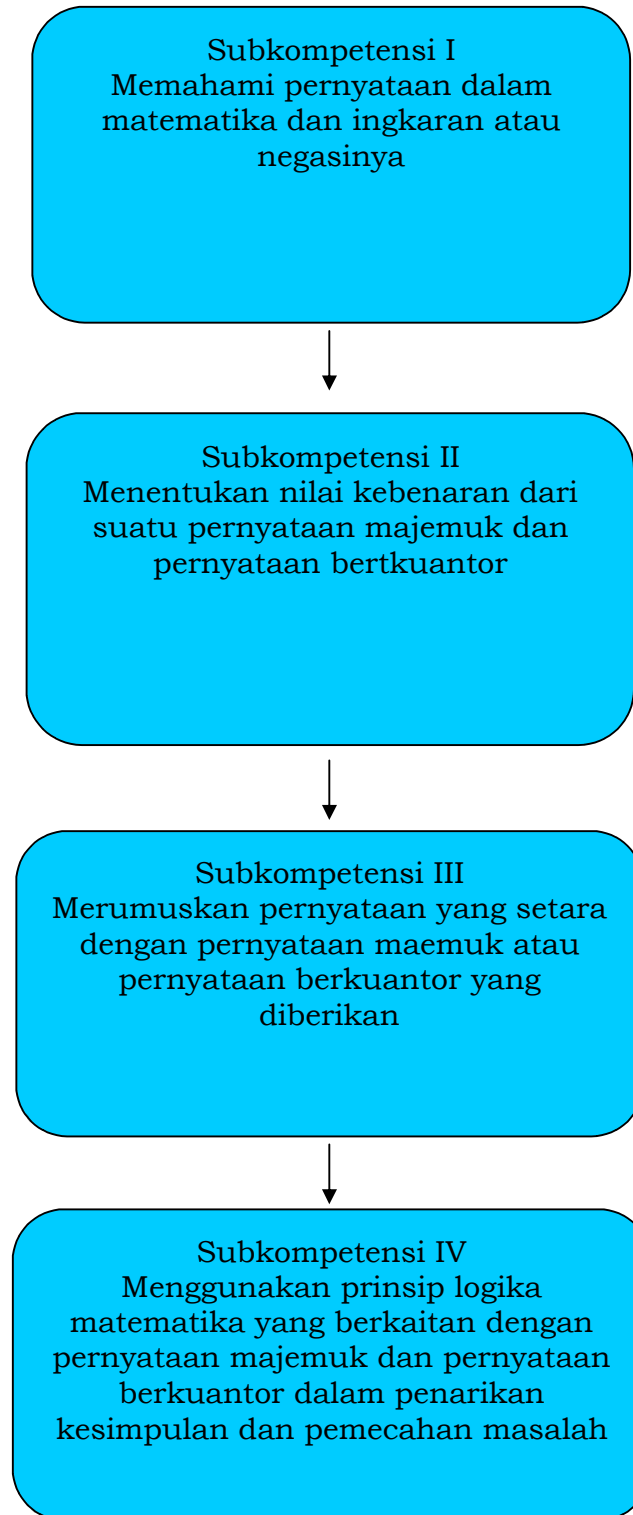
BAB IV EVALUASI NONTES

BAB V PENUTUP

Peta Konsep Materi . . .



PETA KEDUDUKAN MODUL



GLOSARIUM

- *Pernyataan adalah kalimat yang hanya benar atau salah saja, tetapi tidak sekaligus kedua-duanya.*
- Kalimat terbuka adalah kalimat yang belum dapat di tentukan nilai kebenarannya karena masih mengandung variabel atau peubah
- Konjungsi adalah Gabungan dua pernyataan tunggal yang menggunakan kata penghubung “dan” sehingga terbentuk pernyataan majemuk
- Disjungsi adalah gabungan dua pernyataan yang menggunakan kata penghubung logika “atau” sehingga membentuk dua pernyataan majemuk.
- *Implikasi*, Gabungan dua pernyataan p dan q sehingga membentuk pernyataan majemuk dengan menggunakan kata penghubung “Jika..., maka...”
- *Biimplikasi* atau *bikondisional* ialah suatu pernyataan majemuk yang berbentuk “ p jika dan hanya jika q ” yang berarti “jika p maka q dan jika q maka p ”.
- Negasi dari suatu pernyataan majemuk dapat dibentuk dari negasi pernyataan-pernyataan tunggal dengan menggunakan ekuivalensi, yaitu apabila negasi pernyataan-pernyataan majemuk itu mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan pernyataan majemuk negasi dari komponen-komponennya.
- *Tautologi* adalah Suatu pernyataan majemuk yang nilai kebenarannya adalah selalu benar
- Kontradiksi adalah Suatu pernyataan majemuk yang nilai kebenarannya selalu salah
- Kontingensi adalah suatu pernyataan majemuk yang nilai kebenarannya memuat benar dan salah.

BAB I PENDAHULUAN

A. DESKRIPSI

Modul logika matematika ini terdiri atas beberapa bagian Proses Pembelajaran antara lain:

1. Pernyataan, Kalimat Terbuka, serta Ingkarannya
 - Pernyataan
 - Kalimat terbuka
 - Ingkaran dari suatu pernyataan
2. Pernyataan Majemuk
 - Konjungsi
 - Disjungsi
 - Implikasi
 - Biimplikasi
3. Pernyataan Majemuk Bersusun
 - Menentukan Nilai Kebenaran Pernyataan Majemuk Bersusun
 - Cara singkat membuat tabel kebenaran pernyataan majemuk
 - Tautologi, Kontradiksi, dan Kontingensi
 - Pernyataan Majemuk yang Ekuivalen
4. Konversi, Inversi, Kontraposisi, dan Pernyataan Berkuantor
 - Pengertian Konversi, Inversi, dan Kontraposisi
 - Ingkaran dari Konversi, Inversi, dan Kontraposisi
 - Pernyataan berkuantor
5. Penarikan Kesimpulan
 - Silogisme
 - Modus Ponens
 - Modus Tolens
 - Sifat transitif

B. PRASYARAT

Kemampuan dasar yang harus dimiliki untuk mempelajari modul ini adalah :

- Penalaran dalam penarikan kesimpulan

- Mengetahui kalimat matematika

C. PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

1. Bacalah Modul ini dengan teliti dan cermat mulai dari Kata Pengantar sampai dengan Cek kemampuan, kemudian pahami benar seluruh informasi yang termuat di dalamnya.
2. Setelah Anda Mengisi Cek Kemampuan, pastikan apakah Anda termasuk kategori orang yang masih harus mempelajari modul ini atau orang yang tidak lagi mempelajarinya karena sudah menguasainya
3. Laksanakan semua tugas-tugas yang terdapat dalam modul ini agar kompetensi Anda berkembang dengan baik
4. Setiap mempelajari satu materi, Anda harus mulai dari menguasai pengertian-pengertian dalam Uraian Materi, melaksanakan Tugas-tugas dan mengerjakan lembar latihan
5. Dalam mengerjakan lembar latihan, Anda tidak diperkenankan melihat kunci jawaban terlebih dahulu, sebelum Anda menyelesaikan lembar latihan
6. Cocokkan jawaban Anda dengan kunci Jawaban, hitung nilai yang Anda peroleh. Kemudian kerjakan saran-saran sesuai dengan hasil latihan Anda.

D. TUJUAN AKHIR

Setelah selesai mempelajari modul ini, anda akan mengetahui cara – cara penarikan kesimpulan dalam kehidupan sehari – hari

E. KOMPETENSI

No	STANDAR KOMPETENSI			KOMPETENSI DASAR		
	KOGNITIF	AFEKTIF	PSIKOMOTOR	KOGNITIF	AFEKTIF	PSIKOMOTOR
1.	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Menggunakan logika matematika dalam pemecahan masalah yang berkaitan dengan pernyataan majemuk dan pernyataan berkantor 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Siswa menyadari pentingnya matematika sehingga selalu menunjukkan apresiasi setiap kali belajar matematika, khususnya dalam mempelajari materi tentang logika matematika 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Siswa selalu menunjukkan kinerja yang baik dalam setiap kegiatan belajar matematika dalam mempelajari materi tentang logika matematika 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Menentukan nilai kebenaran dari suatu pernyataan majemuk dan pernyataan berkuantor ➤ Merumuskan pernyataan yang setara dengan pernyataan majemuk atau pernyataan berkuantor yang diberikan ➤ Menggunakan prinsip logika matematika yang berkaitan dengan pernyataan berkuantor dalam penarikan kesimpulan dan pemecahan masalah 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ siswa dengan senang menunjukkan kesiapan belajar matematika secara bertanggung - jawab ➤ siswa selalu menunjukkan sikap yang positif dalam mempelajari materi tentang logika matematika ➤ siswa selalu bergairah selama mengikuti pelajaran matematika ➤ siswa selalu menunjukkan apresiasi yang konstruktif dalam belajar logika matematika 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ Siswa selalu menunjukkan kemahirannya setiap kali mengerjakan tugas-tugas yang membutuhkan keterampilan dalam mempelajari materi tentang logika matematika

F. CEK KEMAMPUAN

No.	PERNYATAAN	YA	TIDAK
1.	Apakah Anda Telah Memahami Pengertian Pernyataan, kalimat terbuka, serta ingkarannya?		
2.	Dapatkah Anda Menentukan pernyataan majemuk dalam logika matematika?		
3.	Dapatkah Anda menyelesaikan pernyataan majemuk bersusun?		
4.	Dapatkah Anda Menentukan konversi, inversi, dan kontraposisi dalam logika matematika?		
5.	Dapatkan anda menarik kesimpulan dengan menggunakan pola-pola logika matematika?		

Cat.

Jika Anda menjawab "TIDAK" pada salah satu pernyataan di atas, maka pelajarilah materi tersebut dalam modul ini.

Apabila Anda menjawab "YA" pada semua pertanyaan, maka lanjutkanlah dengan mengerjakan tugas, tes formatif dan evaluasi yang ada pada modul ini.

BAB II PEMBELAJARAN

A. RANCANGAN BELAJAR SISWA

Sebagaimana telah diinformasikan dalam pendahuluan, bahwa modul ini hanya sebagian dari sumber belajar yang dapat anda pelajari untuk menguasai kompetensi menerapkan konsep logika matematika. Untuk mengembangkan kompetensi anda dalam Substansi Non Instruksional, anda perlu latihan. Aktivitas-aktivitas yang dirancang dalam modul ini selain mengembangkan kompetensi matematika, juga mengembangkan kompetensi Substansi Non Instruksional. Untuk itu, maka dalam menggunakan modul ini anda harus melaksanakan tugas-tugas yang telah dirancang.

1. Buatlah rencana belajar anda berdasarkan rancangan pembelajaran yang telah disusun oleh guru, untuk menguasai kompetensi logika matematika dengan menggunakan format sebagai berikut
2. Rumuskan hasil belajar Anda sesuai standar bukti belajar yang telah ditetapkan.
 - a. Untuk penguasaan pengetahuan, Anda dapat membuat suatu ringkasan menurut pengertian Anda sendiri terhadap konsep-konsep yang berkaitan dengan kompetensi yang telah dipelajari. Selain ringkasan, Anda juga dapat melengkapinya dengan klipings terhadap informasi-informasi yang relevan dengan kompetensi yang sedang anda pelajari.
 - b. Tahapan pekerjaan Anda dapat dituliskan/digambarkan dalam diagram alir yang dilengkapi dengan penjelasannya (siapa penanggung jawab setiap tahapan pekerjaan, siapa yang terlibat, kapan direncanakan, kapan direalisasikan, dan hasilnya apa).
 - c. Produk hasil praktek dalam kegiatan ini dapat Anda kumpulkan berupa contoh benda kerja, atau dalam bentuk visualisasinya (gambar, foto, dan lain-lain).
 - d. Setiap tahapan proses akan diakhiri dengan penilaian, lakukanlah diskusi dengan guru pembimbing untuk mendapatkan persetujuan, dan apabila ada hal-hal yang harus

diperbaiki/dilengkapi, maka Anda harus melaksanakan saran guru pembimbing Anda.

B. KEGIATAN BELAJAR

KEGIATAN BELAJAR 1

1. Kegiatan Belajar 1: Pernyataan, bukan pernyataan dan pernyataan majemuk

a. Tujuan Kegiatan belajar 1

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, Anda diharapkan:

1. Menentukan nilai kebenaran dari disjungsi dan ingkarannya.
2. Menentukan nilai kebenaran dari konjungsi dan ingkarannya.
3. Menentukan nilai kebenaran dari implikasi beserta ingkarannya.
4. Menentukan nilai kebenaran dari biimplikasi beserta ingkarannya.
5. Menentukan pernyataan majemuk yang Ekuivalen.
6. Menentukan negasi dari pernyataan majemuk.

b. Uraian Materi

1. Pernyataan, Bukan Pernyataan, Nilai Kebenaran, dan Kalimat Terbuka
 - a. Pernyataan dan Bukan Pernyataan

Pernyataan adalah kalimat yang hanya benar atau salah saja, tetapi tidak sekaligus kedua-duanya.

Contoh :

- Danau Tondano terletak di Manado
- Tomohon merupakan daerah Minahasa

Kedua kalimat di atas merupakan pernyataan karena kalimat pertama hanya bernilai salah dan kalimat kedua hanya bernilai benar.

Suatu kalimat merupakan *bukan pernyataan* merupakan bukan pernyataan jika kalimat tersebut tidak dapat ditentukan benar atau salahnya atau mengandung pengertian relatif

Contoh :

- Jarak antara Manado dengan Talaud adalah dekat
- $X + 5 = 17$

Kedua kalimat di atas merupakan bukan pernyataan karena pada kalimat pertama dekat itu relatif. Dekat menurut bukan orang Talaud tetapi bagi orang asli Talaud itu merupakan perjalanan yang membosankan karena terlalu jauh. $X + 5 = 17$ merupakan bukan pernyataan karena bila x diganti dengan 12 maka pernyataan ini merupakan pernyataan yang benar, sedangkan bila x di ganti dengan 10 maka $10 + 5 = 17$ menjadi pernyataan yang salah.

b. Lambang dan Nilai kebenaran suatu pernyataan

Dalam logika matematika sebuah pernyataan bisa di lambangkan dengan huruf kecil $a, b, c, \dots, p, q, \dots, z$. Setiap pernyataan mempunyai nilai kebenaran B (benar), jika pernyataan bernilai benar atau mempunyai nilai kebenaran S (salah), jika pernyataan salah. Lambang dari nilai kebenaran adalah τ (di baca tau) dari huruf bahasa Yunani.

Sehingga di peroleh :

$\tau(p)$: B di baca nilai kebenaran pernyataan p adalah benar

$\tau(q)$: B di baca nilai kebenaran pernyataan q adalah salah

c. Kalimat Terbuka

Kalimat terbuka adalah kalimat yang belum dapat di tentukan nilai kebenarannya karena masih mengandung variabel atau peubah

Contoh :

- P adalah bilangan prima
- $X + 5 = 17$

Dua kalimat bukan pernyataan tersebut dapat di ubah menjadi pernyataan yang benar atau yang salah dengan mengganti x dan p dengan suatu nilai tertentu.

2. Konjungsi

Gabungan dua pernyataan tunggal yang menggunakan kata penghubung “dan” sehingga terbentuk pernyataan majemuk disebut konjungsi. Konjungsi mempunyai kemiripan dengan operasi irisan (\cap) pada himpunan. Sehingga sifat-sifat irisan dapat digunakan untuk mempelajari bagian ini. Misalkan diketahui dua pernyataan yaitu “saya ikut pertandingan bulutangkis “dan“ saya menang“. Kemudian,

dua pernyataan tersebut digabungkan dengan kata hubung “menjadi” saya ikut pertandingan bulutangkis dan saya menang”. Kata hubung “dan” dalam logika matematika dilambangkan dengan “ \wedge ”. Jika p dan q masing-masing melambangkan pernyataan, maka konjungsi p dan q ditulis “ $p \wedge q$ ” Dan dibaca “ p dan q ”

Suatu konjungsi bernilai benar jika kedua pernyataan tunggalnya bernilai benar.

Konjungsi dapat disusun dalam sebuah tabel kebenaran seperti pada tabel dibawah ini untuk membuat tabel kebenaran yang terdiri atas n pernyataan tunggal yang berbeda. Jumlah kombinasi nilai kebenarannya tunggal mempunyai kebenarannya $2^2 = 4$ kombinasi nilai kebenarannya.

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

3. Disjungsi

Disjungsi adalah gabungan dua pernyataan yang menggunakan kata penghubung logika “atau” sehingga membentuk dua pernyataan majemuk. Kata penghubung “atau” dalam logika matematika dilambangkan dengan “ \vee ”. Disjungsi dua pernyataan p dan q dapat dituliskan “ $p \vee q$ ” dan dibaca “ p atau q ”. Dalam kehidupan sehari-hari, kata “atau” dapat berarti salah satu atau kedua-duanya, dapat pula berarti salah satu tetapi tidak kedua-duanya. Dari pengertian kata “atau” di atas maka muncul dua macam disjungsi yaitu sebagai berikut.

- **Disjungsi inklusif**, yaitu dua pernyataan yang bernilai benar apabila paling sedikit satu dari keduanya bernilai benar. Disjungsi inklusif dua pernyataan p dan q ditulis $p \vee q$.
- **Disjungsi eksklusif**, yaitu dua pernyataan bernilai benar apabila hanya satu dari dua pernyataan bernilai benar. Disjungsi eksklusif dua pernyataan p dan q ditulis $p \vee\! \! \! \vee q$.

Tabel kebenaran dua macam disjungsi di berikan sebagai berikut.

Disjungsi inklusif			Disjungsi eksklusif		
p	q	$p \vee q$	P	q	$p \vee\! \vee q$
B	B	B	B	B	S
B	S	B	B	S	B
S	B	B	S	B	B
S	S	S	S	S	S

4. Implikasi

Gabungan dua pernyataan p dan q sehingga membentuk pernyataan majemuk dengan menggunakan kata penghubung “Jika..., maka...” dinamakan *implikasi*, ditulis “ $p \rightarrow q$ ”. Pernyataan p dinamakan *anteseden* atau *hipotesis*, sedangkan pernyataan q dinamakan *konsekuen* atau *kesimpulan*.

Pernyataan implikasi “ $p \rightarrow q$ ” bernilai salah apabila hipotesis benar dan kesimpulan salah. Selain itu, pernyataan implikasi “ $p \rightarrow q$ ” bernilai benar.

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

5. Biimplikasi

Biimplikasi atau *bikondisional* ialah suatu pernyataan majemuk yang berbentuk “ p jika dan hanya jika q ” yang berarti “jika p maka q dan jika q maka p ”. Pernyataan “ p jika dan hanya jika q ” dilambangkan dengan “ $p \leftrightarrow q$ ”.

Pernyataan biimplikasi “ $p \leftrightarrow q$ ” bernilai benar jika p dan q mempunyai nilai kebenaran yang sama (semua benar atau semua salah), sedangkan jika nilai kebenaran p dan q tidak sama maka $p \leftrightarrow q$ merupakan pernyataan yang salah.

6. Pernyataan majemuk yang ekuivalen

Dua pernyataan dikatakan ekuivalen apabila kedua pernyataan tersebut mempunyai nilai kebenaran yang sama. Dua pernyataan p dan q yang ekuivalen dinotasikan dengan $p \equiv q$. Untuk menunjukkan bahwa dua pernyataan ekuivalen atau ekuivalensi dari dua pernyataan, kita dapat menggunakan tabel kebenaran.

7. Negasi dari pernyataan majemuk

Negasi dari suatu pernyataan majemuk dapat dibentuk dari negasi pernyataan-pernyataan tunggal dengan menggunakan ekuivalensi, yaitu apabila negasi pernyataan-pernyataan majemuk itu mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan pernyataan majemuk negasi dari komponen-komponennya. Dalam hal ini, terdapat ekuivalensi sebagai berikut.

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

$$\sim(p \leftrightarrow q) \equiv (p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$$

Untuk membuktikan ekuivalensi tersebut, dapat dilakukan dengan tabel kebenaran.

c. Rangkuman

- Gabungan dua pernyataan tunggal yang menggunakan kata penghubung “dan” sehingga terbentuk pernyataan majemuk disebut konjungsi
- Disjungsi adalah gabungan dua pernyataan yang menggunakan kata penghubung logika “atau” sehingga membentuk dua pernyataan majemuk.
- Disjungsi inklusif, yaitu dua pernyataan yang bernilai benar apabila paling sedikit satu dari keduanya bernilai benar. Disjungsi inklusif dua pernyataan p dan q ditulis $p \vee q$.
- Disjungsi eksklusif, yaitu dua pernyataan bernilai benar apabila hanya satu dari dua pernyataan bernilai benar. Disjungsi eksklusif dua pernyataan p dan q ditulis $p \vee\! \vee q$.

- Gabungan dua pernyataan p dan q sehingga membentuk pernyataan majemuk dengan menggunakan kata penghubung “Jika..., maka...” dinamakan *implikasi*,
- *Biimplikasi* atau *bikondisional* ialah suatu pernyataan majemuk yang berbentuk “ p jika dan hanya jika q ” yang berarti “jika p maka q dan jika q maka p ”.
- Dua pernyataan dikatakan ekuivalen apabila kedua pernyataan tersebut mempunyai nilai kebenaran yang sama.
- Negasi dari suatu pernyataan majemuk dapat dibentuk dari negasi pernyataan-pernyataan tunggal dengan menggunakan ekuivalensi, yaitu apabila negasi pernyataan-pernyataan majemuk itu mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan pernyataan majemuk negasi dari komponen-komponennya.

d. Tugas kegiatan belajar 1

Diskusikan soal – soal LKS.

e. Tes formatif 1

Cocokkan hasil ujian Anda dengan kunci jawaban berikut ini. Ingat!!! Jangan melihat kunci sebelum Anda selesai mengerjakan.

1. Tentukan x agar kalimat “ $p(x) \vee q$ ” untuk $p(x)$ dan q berikut ini menjadi disjungsi yang salah.

$$p(x) : x^2 - 16 = 0$$

q : kuadrat bilangan ganjil adalah bilangan genap.

2. Jika p : segitiga ABC siku-siku di C

$$q : a^2 + b^2 = c^2$$

3. Buktikan bahwa $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$!

f. Kunci jawaban tes formatif 1

1. $p(x) : x^2 - 16 = 0$

q : kuadrat bilangan ganjil adalah bilangan genap.

Penyelesaian :

$$p(x) : x^2 - 16 = 0$$

$$(x-4)(x+4) = 0$$

$$x = 4 \text{ atau } x = -4$$

Pernyataan q , yaitu kuadrat bilangan ganjil adalah bilangan genap bernilai salah. Agar disjungsi bernilai salah, maka haruslah p bernilai salah. Nilai-nilai x yang membuat p bernilai salah adalah $x \neq 4$ dan $x \neq -4$.

2. Maka

- $p \rightarrow q$: jika segitiga ABC siku-siku di C , maka $a^2 + b^2 = c^2$
- $q \rightarrow p$: jika dalam ΔABC berlaku $a^2 + b^2 = c^2$ maka ΔABC siku-siku di C
- $p \leftrightarrow q$: ΔABC siku-siku di C jika dan hanya jika $a^2 + b^2 = c^2$

3. Bukti :

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$\sim p \vee \sim q$
B	B	S	S	B	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	B	S	S	B	B
S	S	B	B	S	B	B

Dengan memperhatikan kolom ke-6 dan ke-7 pada tabel di atas, $\sim(p \wedge q)$ selalu memiliki nilai kebenaran yang sama dengan $\sim p \vee \sim q$. Oleh karena itu, $\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$ (terbukti).

g. Lembar kerja siswa

Untuk lebih memahami apa yang telah anda baca jawablah soal – soal berikut ini.

1. Nyatakan pernyataan berikut ini benar atau salah
 - a. Gabungan dua pernyataan tunggal yang menggunakan kata penghubung “dan” sehingga terbentuk pernyataan majemuk disebut konjungsi.
 - b. Disjungsi adalah gabungan dua pernyataan yang menggunakan kata penghubung logika “dan” sehingga membentuk dua pernyataan majemuk.
 - c. Disjungsi inklusif, yaitu dua pernyataan yang bernilai salah apabila paling sedikit satu dari keduanya bernilai benar.
 - d. Disjungsi eksklusif, yaitu dua pernyataan bernilai benar apabila hanya satu dari dua pernyataan bernilai benar.

- e. Gabungan dua pernyataan p dan q sehingga membentuk pernyataan majemuk dengan menggunakan kata penghubung “Jika..., maka...” dinamakan *implikasi*,
 - f. *Biimplikasi* atau *bikondisional* ialah suatu pernyataan majemuk yang berbentuk “ p jika dan hanya jika q ” yang berarti “jika p maka q dan jika q maka p ”.
2. Buatlah empat pernyataan majemuk dengan menggunakan konjungsi yang bernilai kebenaran dari kedua pernyataan tunggalnya bervariasi

h. Tingkat penguasaan:

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah Skor yang diperoleh}}{30} \times 100\%$$

KEGIATAN BELAJAR 2

2. Kegiatan belajar 2 : Pernyataan Majemuk Bersusun, ekuivalensi, tautologi, kontradiksi, dan konstignsi

a. Tujuan Kegiatan Belajar 3 :

1. Memahami pengertian pernyataan majemuk,
2. Menentukan nilai kebenaran dari disjungsi, konjungsi dan ingkarannya,
3. Mengetahui dan memahami pengertian ekuivaslensi, tautologi, kontradiksi, dan kontingensi.
4. Dapat menunjukkan pernyataan – pernyataan ekuivalensi, tautologi, kontradiksi, dan kontingensi dalam table kebenaran.
5. Dapat menentukan proporsi mana yang termasuk tautologi, kontradiksi, dan kontingensi.

b. Uraian Materi

1. Ekuivalensi

Perhatikan tabel berikut.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee q$	$p \rightarrow q$
B	B	S	S	B	B
B	S	S	B	S	S
S	B	B	S	B	B
S	S	B	B	B	B

Sama

Definisi :

Dua pernyataan majemuk A dan B dikatakan ekuivalen jika memiliki nilai kebenaran yang sama, ditulis $A \equiv B$.

Beberapa ekuivalensi yang penting diketahui :

1) Hukum Komutatif:

$$a. p \vee q \equiv q \vee p$$

$$b. p \wedge q \equiv q \wedge p$$

2) Hukum Asosiatif :

$$a. p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$$

$$b. p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

3) Hukum Distributif :

$$a. p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$$

$$b. p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

4) Hukum de Morgan :

$$a. \sim (p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

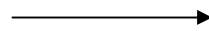
$$b. \sim (p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

2. Tautologi

Suatu pernyataan majemuk merupakan *tautologi*, jika nilai kebenarannya adalah selalu benar.

Misal,

p	$\sim p$	$P \vee \sim p$
B	S	B
S	B	B



Tautologi.

3. Kontradiksi

Suatu pernyataan majemuk merupakan kontradiksi, jika nilai kebenarannya adalah selalu salah. Misal,

p	$\sim p$	$P \wedge \sim p$
B	S	S
S	B	S



Kontradiksi

4. Kontingensi

Suatu pernyataan majemuk merupakan kontingensi, jika nilai kebenarannya memuat benar dan salah.

Misal,

p	$\sim p$	$P \supset \sim p$
B	S	S
S	B	B



Kontingensi

c. Tugas Kegiatan Belajar

Diskusikan soal-soal tentang ekuivalen, tautologi, kontradiksi, dan kontingensi untuk di presentasikan.

d. Tes Formatif 2

Untuk lebih memahami tentang materi yang telah kalian baca dan pelajari, jawablah soal-soal berikut.

e. Lembar Kerja Siswa

Untuk lebih memahami tentang apa yang telah Anda baca dan pelajari, jawablah soal-soal di bawah ini.

1. Nyatakan pernyataan berikut ini benar atau salah
 - a. Suatu pernyataan majemuk merupakan *tautologi*, jika nilai kebenarannya adalah selalu salah
 - b. Dua pernyataan majemuk A dan B dikatakan ekuivalen jika memiliki nilai kebenaran yang sama,
 - c. Suatu pernyataan majemuk merupakan kontradiksi, jika nilai kebenarannya adalah selalu benar
 - d. Suatu pernyataan majemuk merupakan kontingensi, jika nilai kebenarannya memuat benar dan salah
2. Berikan kesimpulan Anda tentang ekuivalensi, tautologi, kontradiksi, kontigensi
- 3.

f. Tingkat Penguasaan

$$\text{Tingkat Penguasaan} = \frac{\text{Jumlah skor yang diperoleh}}{10} \times 100\%$$

Saran-saran yang harus Anda lakukan, sesuai dengan tingkat penguasaan yang telah Anda capai sebagai berikut :

1. > 80 % Bagus! Pertahankan prestasi yang telah anda capai dan anda dapat meneruskan dengan kegiatan belajar 4.

2. 60 – 80 % Anda masih perlu membaca kembali teks sub kompetensi ini dengan lebih seksama, terutama bagian yang belum anda kuasai
3. < 60 % Anda belum belajar bersungguh-sungguh, anda harus mengejar ketinggalan dan bertanyalah pada guru mata pelajaran tentang kesulitan anda.

KEGIATAN BELAJAR 3

3. Kegiatan belajar 3 : Pernyataan Berkuantor

a. Tujuan kegiatan belajar

Setelah mempelajari uraian kegiatan belajar ini, Anda diharapkan:

1. Menentukan tentang konvers, invers dan kontraposisi
2. Menjelaskan tentang kuantor eksistensial
3. Menjelaskan tentang kuantor universal
4. Menentukan ingkaran pernyataan berkuantor

b. Uraian materi

Setelah Anda selesai mempelajari kegiatan 1, maka penguasaan Anda tentang pernyataan majemuk akan memudahkan Anda untuk mempelajari kegiatan 2 ini.

1. Konvers, Invers, dan Kontraposisi

Seperti yang telah Anda pelajari di atas, dua buah pernyataan atau lebih dapat dibentuk menjadi suatu kalimat majemuk. Pernyataan-pernyataan majemuk yang, menggunakan kata hubung “ \rightarrow ” adalah implikasi, konvers, invers, dan kontraposisi, yang didefinisikan sebagai berikut.

Jika p dan q adalah suatu pernyataan maka pernyataan majemuk

- a. $q \Rightarrow p$ disebut *konvers* dari $p \Rightarrow q$;**
- b. $\sim p \Rightarrow \sim q$ disebut *invers* dari $p \Rightarrow q$;**
- c. $\sim q \Rightarrow \sim p$ disebut *kontraposisi* dari $p \Rightarrow q$.**

Dengan menggunakan tabel kebenaran, kita dapat melihat nilai kebenaran dari masing-masing pernyataan baru tersebut. Tabel

kebenaran itu ialah sebagai berikut.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
B	B	S	S	B	B	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

Dengan memperhatikan nilai kebenaran pada tabel di atas, dapat disimpulkan sebagai berikut.

1. Implikasi ekuivalen dengan kontraposisinya, yaitu :

$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p.$$

2. Konvers suatu implikasi ekuivalen dengan inversnya yaitu:

$$q \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim q$$

2. Kuantor Universal, Kuantor Eksistensial, dan Negasinya

Seperti yang telah kalian pelajari bahwa suatu kalimat terbuka dapat diubah menjadi suatu pernyataan (kalimat tertutup), antara lain dengan membubuhi kuantor. Adapun kuantor yang kita kenal adalah *kuantor universal* dan *kuantor eksistensial*. Agar Anda dapat memahaminya, perhatikan uraian berikut ini.

a. Kuantor Universal

Misalkan $p(x)$ adalah suatu kalimat terbuka, dengan x anggota himpunan semesta pembicaraan S . Pernyataan

$$(\forall x \in S) p(x) \text{ atau } (\forall x) p(x)$$

dibaca "untuk setiap x , berlakulah $p(x)$ " disebut *kalimat berkuantor universal (universal quantifier)*. Penggunaan kata "untuk setiap" pada kuantor universal, senilai dengan kata "untuk semua", "untuk tiap-tiap", dan "untuk seluruh".

b. Kalimat Kuantor Eksistensial

Misalkan $p(x)$ adalah suatu kalimat terbuka pada suatu himpunan semesta pembicaraan S . Pernyataan

$$(\exists x \in S) p(x) \text{ atau } (\exists x) p(x)$$

Dibaca “terdapat x sehingga $p(x)$ ” disebut kalimat *kuantor eksistensial (existential quantifier)*. Kata “terdapat” senilai dengan kata “ada”, “beberapa”, dan “untuk paling sedikit satu”.

c. Ingkaran (negasi) kalimat berkuantor

Negasi, seperti yang anda kenal sebelumnya dapat diartikan sebagai penyangkal suatu nilai kebenaran.

Negasi kalimat berkuantor universal adalah kalimat berkuantor eksistensial, sedangkan negasi kalimat berkuantor eksistensial adalah kalimat berkuantor universal.

Jika terdapat kalimat kuantor universal $(\forall x) p(x)$ dan kalimat berkuantor eksistensial $(\exists x) p(x)$, negasi dari keduanya ditulis sebagai berikut.

$$\sim(\forall x) p(x) \equiv (\exists x) \sim p(x)$$

$$\sim(\exists x) p(x) \equiv (\forall x) \sim p(x)$$

c. Tugas kegiatan belajar 3

Kerjakan soal – soal yang terlampir pada LKS bersama teman – temanmu!

d. Tes formatif 3

1. Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari implikasi berikut.

g. Jika Roni datang maka Arum senang.

h. Jika Tina sakit maka Tina tidak masuk sekolah.

2. Tulislah kalimat “untuk setiap n anggota himpunan bilangan asli N , berlaku n anggota himpunan bilangan real R ” dengan notasi matematika.

3. Tentukan negasi dari kalimat “Setiap siswa SMA terpelajar”!

e. Kunci jawaban tes formatif 3

Cocokkan hasil ujian Anda dengan kunci jawaban berikut ini. Ingat!!! Jangan melihat kunci sebelum Anda selesai mengerjakan.

1. Penyelesaian:

a. Jika Roni datang maka Arum senang.

Konvers: Jika Arum senang maka Roni datang.

Invers: Jika Roni tidak datang maka Arum tidak senang.

Kontraposisi: Jika Arum tidak senang maka Roni tidak datang.

- b. Jika Tina sakit maka Tina tidak masuk sekolah.

Konvers: Jika Tina tidak masuk sekolah maka Tina sakit.

Invers: Jika Tina tidak sakit maka Tina masuk sekolah.

Kontraposisi: Jika Tina masuk sekolah maka Tina tidak sakit

2. Penyelesaian :

Kalimat tersebut adalah kalimat kuantor universal sehingga dengan notasi matematika dapat ditulis $(\forall n) n \in N \rightarrow n \in R$.

3. Penyelesaian :

Misalkan x ; siswa SMA, $p(x)$: terpelajar. Oleh karena itu, kalimat "Setiap siswa SMA terpelajar" dapat ditulis dalam kalimat kuantor $(\forall x) p(x)$. Negasi dari $(\forall x) p(x)$ adalah $(\exists y) \sim p(x)$. Berarti, negasi dari "Setiap siswa SMA terpelajar" adalah "Terdapat siswa SMA yang tidak terpelajar".

f. Lembar kerja siswa

Untuk lebih memahami apa yang telah anda baca jawablah soal – soal berikut ini.

1. Nyatakanlah pernyataan berikut apakah benar atau salah!
 - a. Pernyataan-pernyataan majemuk yang, menggunakan kata hubung " \rightarrow " adalah implikasi, konvers, invers, dan kontraposisi
 - b. $x + 5 < 8$ merupakan suatu kalimat tertutup
 - c. Implikasi ekuivalen dengan kontraposisinya, yaitu :
$$p \rightarrow q \equiv \sim q \rightarrow \sim p.$$
 - d. Konvers suatu implikasi ekuivalen dengan inversnya yaitu:
$$q \rightarrow p \equiv \sim p \rightarrow \sim q$$
2. Berikan kesimpulan Anda tentang konvers, invers, kontraposisi, dan pernyataan berkuantor

g. Tingkat penguasaan

Tingkat penguasaan:

Tingkat penguasaan = jumlah skor yang diperoleh \times 100 %

BAB III EVALUASI

Evaluasi Kompetensi (Waktu : 2 x 45 menit)

1. Nyatakan kalimat-kalimat berikut merupakan kalimat terbuka atau pernyataan . jika pernyataan nyatakan nilai kebenarannya : $x + 2 = x - 2$ dan $2(x + 1) + 3 = 2x + 5$
2. Tuliskan negasi dari pernyataan 2 bilangan prima dan $2 + 3$ sama dengan 5
3. Tentukan nilai kebenaran dari 3 bilangan prima atau 5 bilangan genap dengan disjungsi
4. Tentukan nilai kebenaran dari 6 bilangan prima dan 3 bilangan ganjil dengan konjungsi
5. Tentukan nilai kebenaran jika $2 + 3 = 5$, maka $4 + 5 = 7$ dengan implikasi
6. Tentukan nilai kebenaran $2 + 2 = 4 \Leftrightarrow 3 + 4 = 8$
7. Buatlah tabel kebenaran dari $\neg p \Rightarrow \neg q$
8. Tentukan nilai kebenaran pernyataan-pernyataan x ganjil $\Leftrightarrow 2x$ genap
9. Salin dan lengkapi tabel kebenaran dari tabel berikut :

P	Q	$q \Rightarrow p$	$[p \vee (q \Rightarrow p)]$	$\sim [p \vee (q \Rightarrow p)]$
B	B			
B	S			
S	B			
S	S			

10. Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari setiap pernyataan implikasi berikut :
 - a) Jika harga BBM naik, maka harga kebutuhan sehari-hari naik
 - b) Jika Badu siswa SMA, maka ia lulusan SMP
 - c) Jika Carli siswa yang pandai, maka ia lulus tes
 - d) Jika harga turun, maka permintaan naik
 - e) Jika Ali seorang anggota MPR, maka ia seorang anggota DPR

KUNCI JAWABAN

1. Untuk $x + 2 = x - 2$:
Karena untuk setiap nilai x , $x + 2 = x - 2$ bernilai salah , maka $x + 2 = x - 2$ merupakan pernyataan bernilai salah
Untuk $2(x + 1) + 3 = 2x + 5$:
Karena untuk setiap nilai x , $2(x + 1) + 3 = 2x + 5$ bernilai benar, maka $2(x + 1) + 3 = 2x + 5$ merupakan pernyataan bernilai benar.
2. Jawab
Untuk 2 bilangan prima :
Misalkan p : 2 bilangan prima
Maka $\neg p$: 2 bukan bilangan prima
Untuk $2 + 3$ sama dengan 5:
Misalkan q : $2 + 3$ sama dengan 5
Maka $\neg q$: $2 + 3$ tidak sama dengan 5
3. 3 bilangan prima bernilai benar
5 bilangan prima bernilai benar
Karena ada yang bernilai benar, maka pernyataan majemuk “ 3 bilangan prima atau 5 bilangan genap “ bernilai benar
4. 6 bilangan prima bernilai salah
3 bilangan prima bernilai benar
Karena ada yang bernilai salah , maka pernyataan “ 6 bilangan prima dan 3 bilangan ganjil “ bernilai salah.
5. Jawab
 $2 + 3 = 5 \Rightarrow 4 + 5 = 7$
 $B \Rightarrow S$
Karena berbentuk $B \Rightarrow S$ maka pernyataan “ jika $2 + 3 = 5$, maka $4 + 5 = 7$ “ bernilai salah
6. $2 + 2 = 4 \Leftrightarrow 3 + 4 = 8$

$$B \Leftrightarrow S$$

Karena tidak bernilai sama, maka pernyataan $2 + 2 = 4 \Leftrightarrow 3 + 4 = 8$ bernilai salah

7. Jawab

p	Q	-p	-q	$\neg p \Rightarrow \neg q$
B	B	S	S	B
B	S	S	B	B
S	B	B	S	S
S	S	B	B	B

8. Jawab

$P(x)$: x ganjil, berarti $P = \{1, 3, 5, \dots\}$

$Q(x)$: $2x$ genap, berarti $Q = \{1, 2, 3, \dots\}$

Karena $P \neq Q$ maka pernyataan $P(x) \Leftrightarrow Q(x)$ bernilai salah.

9. Jawab :

Tabel kebenaran :

P	Q	$q \Rightarrow p$	$[p \vee (q \Rightarrow p)]$	$\sim [p \vee (q \Rightarrow p)]$
B	B	B	B	S
B	S	B	B	S
S	B	S	S	B
S	S	B	B	S

10. Jawab :

a) Konvers : Jika harga kebutuhan sehari-hari naik, maka harga BBM naik

Invers : Jika harga BBM tidak naik, maka harga kebutuhan sehari-hari tidak naik

Kontraposisi : Jika harga kebutuhan sehari-hari tidak naik, maka harga BBM tidak naik

b) Konvers : Jika Badu lulusan SMP, maka ia siswa SMA

Invers : Jika Badu bukan siswa SMA, maka ia bukan lulusan SMP

Kontraposisi : Jika Badu bukan lulusan SMP, maka ia bukan siswa SMA

- c) Konvers : Jika Carli lulus tes, maka ia siswa yang pandai
Invers : Jika Carli siswa yang tidak pandai, maka ia tidak lulus tes
Kontraposisi : Jika Carli tidak lulus tes, maka ia siswa yang tidak pandai
- d) Konvers : Jika permintaan naik , maka harga turun
Invers : Jika harga tidak turun, maka permintaan tidak naik
Kontraposisi : Jika permintaan tidak naik , maka harga tidak turun
- e) Konvers : Jika Ali seorang anggota DPR , maka ia seorang anggota MPR
Invers : Jika Ali bukan seorang anggota MPR, maka ia bukan seorang anggota DPR
Kontraposisi : Jika Ali bukan seorang anggota DPR , maka ia bukan seorang anggota MPR

BAB IV EVALUASI NON TES

Evaluasi

Afektif :

LEMBAR PENGAMATAN SIKAP SISWA

Kelas :

Semester :

NO	Sikap Nama	KETERBUKAAN	Ketekunan Belajar	KERAJINAN	TENGANG	Kedisiplinan	KERJA SAMA	RAMAH DENGAN TEMAN	HORMAT PADA ORANGTUA	KEJUJURAN	MENEPATI	KEPEDULIAN	TANGGUNG	NILAI- RATA- RATA
1														
2														
3														
4														
5														
6														
7														
8														
9														
10														
11														
12														
13														
14														
15														
16														

Interval Angka Penilaian : 1 sampai dengan 5

5 = Sangat Baik

4 = Baik

3 = Cukup baik

2 = Kurang baik

1 = Sangat Kurang

Psikomotor

Aspek Yang Di nilai	ST	T	KT	TT
<ul style="list-style-type: none">- Siswa menunjukkan posisi badan yang baik dalam pembelajaran matematika- Siswa dapat menuliskan simbol matematis dengan terampil dan tepat- Keindahan tulisan- Ketepatan dalam memberi simbol				

Ket:

ST : Sangat terampil

T : Terampil

KT: Kurang terampil

TT: Tidak terampil

BAB V PENUTUP

Sebagai tindak lanjut seluruh kegiatan belajar dalam Modul Logika Matematika ini adalah:

1. Jika hasil evaluasi terhadap penguasaan kompetensi mencapai 75 % atau lebih, maka siswa dapat melanjutkan ke modul berikutnya.
2. Siswa dapat melanjutkan ke modul berikutnya setelah memperoleh rekomendasi dari guru mata pelajaran matematika.
3. Peserta didik yang masih belum mencapai penguasaan kompetensi 75 %, maka siswa harus mengulang secara keseluruhan atau bagian-bagian tahap kegiatan belajar yang belum dikuasai dengan baik.
4. Tidak tertutup kemungkinan diberikannya pembelajaran remedial bagi yang memperoleh nilai yang lebih kecil dari 6, terutama terhadap siswa yang memperoleh nilai terendah.
5. Pengayaan serta akselerasi bagi siswa yang berprestasi juga dimungkinkan sesuai dengan ketersediaan waktu.